

CCS 2013 1. Zh gyakorlat

1 Gyakorlat - 25p

1. Oldja meg az

$$y'(t) + 3y(t) = e^{-2t}, y(0) = 2$$

kezdeti érték problémát Laplace transzformációval (5p)!

MO:

$$sY - 2 + 3Y = \frac{1}{s+2} \rightsquigarrow Y(s+3) = \frac{1}{s+2} + 2$$

$$\rightsquigarrow Y = \frac{1}{(s+3)(s+2)} + \frac{2(s+2)}{(s+3)(s+2)} = \frac{2s+5}{(s+3)(s+2)} = \frac{1}{s+3} + \frac{1}{s+2} \rightsquigarrow y = e^{-3t} + e^{-2t}$$

2. Adott a következő állapotter modell:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad C = (1 \quad 1)$$

- (a) Írja fel a rendszer átviteli függvényét! (3p)
- (b) Minimális-e a modell? Miért? (3p)
- (c) Irányítható-e a rendszer? Miért? (3p)
- (d) Megfigyelhető-e a rendszer? Miért? (3p)
- (e) Írja fel a rendszer állapotter modelljét az alábbi új változókban: $\tilde{x}_1 = x_1 - x_2$ $\tilde{x}_2 = x_1 + x_2$ (3p)

MO:

- (a) $H(s) = C(sI - A)^{-1}B = \frac{2s-2}{s^2-3s+8}$
- (b) Igen, mert $H(s)$ nem egyszerűsíthető.
- (c) Igen, pl. mert minimális.
- (d) Igen, pl. mert minimális.
- (e) $T = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \rightsquigarrow T^{-1} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 \\ -0.5 & 0.5 \end{pmatrix}$
 $\rightsquigarrow \tilde{A} = TAT^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} \quad \tilde{B} = TB = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$
 $\tilde{C} = CT^{-1} = [0 \quad 1]$

3. Legyen

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad C = (0 \quad 1 \quad 0)$$

(a) $x(t)=?$ Ha $u=0$ és $x_0 = [1 \quad 1 \quad 1]^T$ (3p)

(b) Határozza meg a rendszer impulzusválaszát $x_0 = [0 \quad 0 \quad 0]^T$ kezdeti feltétel mellett! (2p)

MO:

(a) Mivel A nilpotens,

$$e^{At} = I + At + \frac{(At)^2}{2} = \mathcal{L}^{-1}(sI - A)^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}t^2 + 1 & t & -\frac{1}{2}t^2 \\ t & 1 & -t \\ \frac{1}{2}t^2 & t & 1 - \frac{1}{2}t^2 \end{pmatrix}$$

$$x(t) = e^{At}x_0 = \begin{pmatrix} 1+t \\ 1 \\ 1+t \end{pmatrix} \text{ Illetve a diffegyenlet megoldása is triviális.}$$

(b) $H(s) = C(sI - A)^{-1}B = \frac{1}{s} \rightsquigarrow h(t) = 1(t)$